# ESERCIZIO (LIMITE)

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos^2 x}{x^2 \cdot e^x} = \Big(\text{SOSTITUENDO } x=0, \text{ TROVIAMO } \frac{1-\cos^2 0}{0^2\cdot e^0} =$$

$$= \frac{1-1}{0\cdot 1} = \frac{0}{0}, \text{ FORMA INDETERMINATA}\Big) = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos^2 x}{x^2\cdot \underbrace{e^x}_{\to 1}} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^2 x}{x^2}.$$ PRIMA DI APPLICARE IL TEOREMA DI DE L'HOSPITAL,

NOTIAMO CHE, SICCOME $\cos^2 x = 1-\sin^2 x$ (REGOLA BASE DELLA TRIGONOMETRIA) $\Rightarrow$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-(1-\sin^2 x)}{x^2} = \lim_{x\to 0}\frac{\cancel{1}-\cancel{1}+\sin^2 x}{x^2} = \lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x^2}.$$

POSSIAMO RAGIONARE IN 2 MODI:

1) SE RICORDIAMO IL LIMITE NOTEVOLE $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$,
ALLORA AUTOMATICAMENTE: $\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x^2} = \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} =$
$= 1\cdot 1 = 1.$

2) SE NON LA RICORDIAMO, USIAMO DE L'HOSPITAL:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x^2} \overset{H}{=} \lim_{x\to 0}\frac{\cancel{2}\sin x\cdot\cos x}{\cancel{2}x} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\sin x\cdot \underbrace{\cos x}_{\to 1}}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} \overset{H}{=}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{1} = \lim_{x\to 0}\cos x = \cos 0 = 1.$$