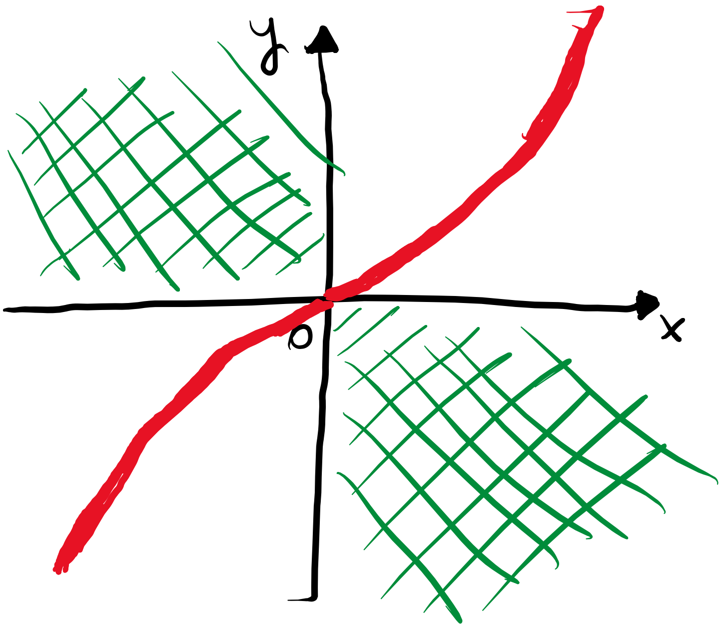
ESERCIZIO (STUDIO DI FUNZIONE)

STUDIARE LA FUNZIONE $f(x) = x \cdot \ln(x^2+1)$.

$D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2+1>0\}$ (POSITIVITÀ DELL'ARGOMENTO DEL LOGARITMO).

$x^2+1>0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow D(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$.



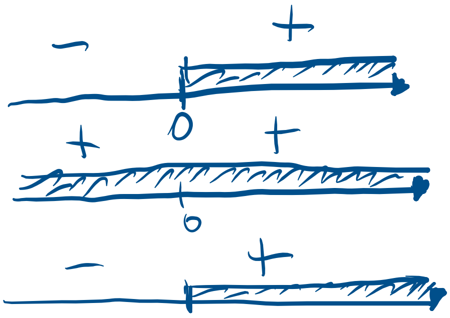
STUDIO DEL SEGNO DELLA FUNZIONE: $f(x) \geq 0$ SE

$x \cdot \ln(x^2+1) \geq 0$

$\Downarrow$

$\begin{cases} x \geq 0 \\ \ln(x^2+1) \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ e^{\ln(x^2+1)} \geq e^0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + \cancel{1} \geq \cancel{1} \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 \geq 0 \end{cases}$



NEGATIVA, $f(x) \leq 0$ POSITIVA, $f(x) \geq 0$

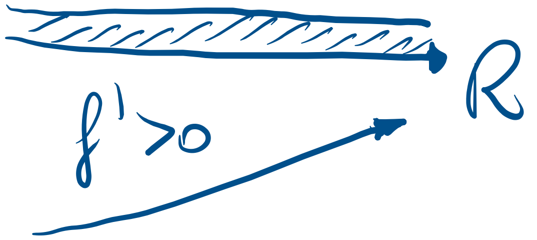
LIMITI:

$\lim_{x \to +\infty} x \cdot \ln(x^2+1) = \infty \cdot \infty = +\infty$.

$\lim_{x \to -\infty} x \cdot \ln(x^2+1) = (-\infty) \cdot (+\infty) = -\infty$.

DERIVATA PRIMA: $f'(x) = 1 \cdot \ln(x^2+1) + x \cdot \frac{2x}{x^2+1} =$

$$= \ln(x^2+1) + \frac{2x^2}{x^2+1} \geq 0 \quad \forall x \in R.$$



FUNZIONE MONOTONA CRESCENTE

DERIVATA SECONDA: $f''(x) = \frac{2x}{x^2+1} +$

$$+ 2 \cdot \frac{2x \cdot (x^2+1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x}{x^2+1} + \frac{\cancel{4x^3} + 4x - \cancel{4x^3}}{(x^2+1)^2} =$$

$$= \frac{2x(x^2+1) + 4x}{(x^2+1)^2} = \frac{x[2x^2+2+4]}{(x^2+1)^2} = \frac{x \cdot (2x^2+6)}{(x^2+1)^2} = 0$$

ABBIAMO UN FLESSO NELL'ORIGINE: $F = O = (0, 0)$;

$f''(x) \geq 0$