ESERCIZIO (PER CASA)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x^2)}{e^x-1}=\left(\text{SOSTITUENDO, AVREMMO } \frac{\ln 1}{e^0-1}=\frac{0}{0}\right)=$$

$$\overset{H}{=}\lim_{x\to 0}\frac{(\ln(1+x^2))'}{(e^x-1)'}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{2x}{1+x^2}}{e^x}=\lim_{x\to 0}\frac{2x}{(1+x^2)e^x}=$$

$$=\frac{0}{(1+0)\cdot e^0}=\frac{0}{1\cdot 1}=0.$$ DOPO AVER APPLICATO 1 SOLA VOLTA IL TEOREMA DI DE L'HOSPITAL, IL LIMITE DIVENTA FINITO

ALTRO ESERCIZIO (LIMITE)

CALCOLARE IL LIMITE $\lim_{x\to +\infty}\frac{\sqrt{x^2+2x+1}}{\ln(x^2+4)}$;

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+2x+1}}{\ln(x^2+4)}=\left(\text{SOSTITUENDO, AVREMMO } \frac{+\infty}{+\infty}\text{, FORMA INDETERMINATA}\right)$$

$$\overset{H}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{(\sqrt{x^2+2x+1})'}{(\ln(x^2+4))'}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x+1}}}{\frac{2x}{x^2+4}}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{\cancel{2}(x+1)}{\cancel{2}\sqrt{x^2+2x+1}}}{\frac{2x}{x^2+4}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+1}}\cdot\frac{x^2+4}{2x}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+x^2+4x+4}{x\cdot\sqrt{x^2+2x+1}}=\frac{1}{2}\cdot\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+x^2+4x+4}{x\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+x^2+4x+4}{x^2\cdot\underbrace{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}}_{\to 1}}=\frac{1}{2}\cdot\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+x^2+4x+4}{x^2}=$$

$=$ (IL GRADO DEL NUMERATORE È $>$ DEL GRADO DEL DENOMINATORE) $=$

$=+\infty.$

ALTRO MODO: $\sqrt{x^2+2x+1}=\sqrt{(x+1)^2}=x+1$, QUINDI:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\ln(x^2+4)}=\frac{\infty}{\infty}\overset{H}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\frac{2x}{x^2+4}}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+4}{2x}=+\infty.$$ (PER LO STESSO MOTIVO DI PRIMA)