ESERCIZIO (PER CASA)

STUDIARE LA SEGUENTE FUNZIONE E TRACCIARNE IL GRAFICO:

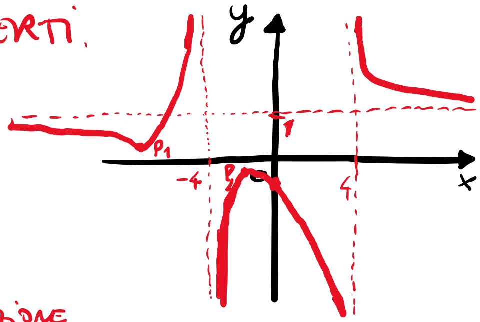
$$f(x)=\frac{x^2+3x+5}{x^2-16}.$$

SI COMINCIA DALLA DETERMINAZIONE DEL DOMINIO: $D(f)=\{x\in\mathbb{R} \mid x^2-16\neq 0\}$

QUANDO $x^2-16=0$? QUANDO $x^2=16 \Rightarrow x_{1,2}=\mp\sqrt{16}=\mp 4$.

$$D(f)=\mathbb{R}\setminus\{-4,4\}=(-\infty,-4)\cup(-4,4)\cup(4,+\infty)$$

IL DOMINIO E' UNIONE DI 3 INTERVALLI APERTI.



$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+3x+5}{x^2-16}=1$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=1. \quad \Rightarrow y=1 \text{ E' UN ASINTOTO ORIZZONTALE}$$

$$\lim_{x\to-4^-} f(x)=+\infty; \quad \lim_{x\to-4^+} f(x)=-\infty$$

$$\lim_{x\to 4^-} f(x)=-\infty; \quad \lim_{x\to 4^+} f(x)=+\infty$$

INTERSEZIONE CON ASSE y: $f(0)=\frac{0^2+3\cdot 0+5}{0^2-16}=-\frac{5}{16}$

DERIVATA DELLA $f(x)$: $f'(x)=\left(\frac{x^2+3x+5}{x^2-16}\right)'=\frac{(2x+3)\cdot(x^2-16)-(x^2+3x+5)\cdot 2x}{(x^2-16)^2}=$

$$=\frac{\cancel{2x^3}+3x^2-32x-48-\cancel{2x^3}-6x^2-10x}{(x^2-16)^2}=\frac{-3x^2-42x-48}{(x^2-16)^2}\geq 0\ ???$$

IL DENOMINATORE, ESSENDO UN QUADRATO, E' SEMPRE POSITIVO, A PARTE IN $x=-4$ E $x=4$, MA QUEI PUNTI SONO ESCLUSI DAL DOMINIO.

NUMERATORE: $\cancel{3}\cdot(-x^2-14x-16)\geq 0 \Rightarrow x^2+14x+16\leq 0$.

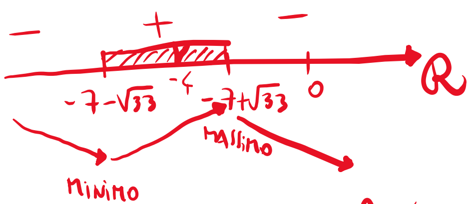
QUALI SONO LE RADICI DI QUESTO POLINOMIO? $x_{1,2}=\frac{-14\mp\sqrt{196-64}}{2}=$

$$=\frac{-14\mp\sqrt{132}}{2}=\frac{-14\mp\sqrt{4\cdot 33}}{2}=$$

$$=\frac{-14\mp 2\cdot\sqrt{33}}{2}=\frac{\cancel{2}(-7\mp\sqrt{33})}{\cancel{2}}$$

$x_1=-7-\sqrt{33}<0$

$x_2=-7+\sqrt{33}<0$



$$f(-7-\sqrt{33})=f(-12,7)=\frac{(-12,7)^2+3(-12,7)+5}{(-12,7)^2-16}=$$

$P_1=(-12,7;\ 0,89)$ MINIMO

$P_2=(-1,25;\ -0,19)$ MASSIMO