STUDIO DI FUNZIONE

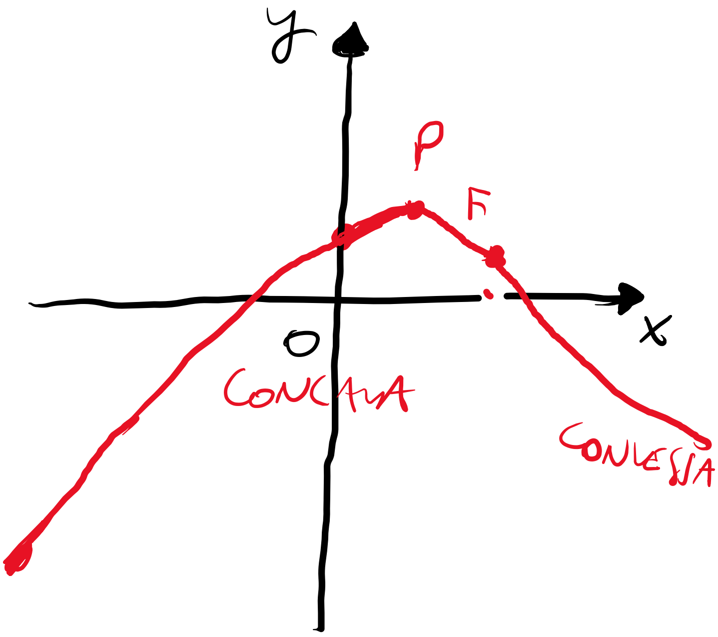
STUDIARE COMPLETAMENTE LA FUNZIONE $f(x)=1-x+xe^{-(x+1)}$.

INIZIALMENTE, NOTIAMO CHE UNO STUDIO DEL SEGNO RISULTA DIFFICILE, PERCHÉ L'EQUAZIONE $f(x)=0$ SAREBBE $1-x=-xe^{-(x+1)}$, DI TIPO TRASCENDENTE.

DOMINIO: $D(f)=\mathbb{R}=(-\infty,+\infty)$.

LIMITI: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to-\infty} f(x) =$

$$=\lim_{x\to-\infty}\Big(1\underbrace{-x}_{\to+\infty}+\underbrace{\frac{x}{e^{x+1}}}_{\to-\infty\ (\text{PREVALE})}\Big)=-\infty.$$



INTERSEZIONE CON ASSE y:

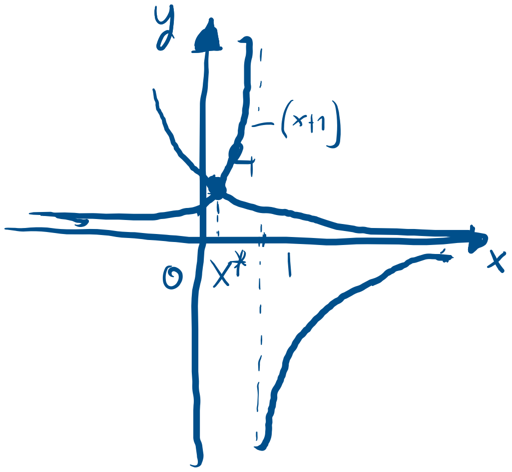
$$\begin{cases} x=0 \\ f(0)=1-0+0\cdot e^{-1}=1 \end{cases}$$

IL PUNTO $(0,1)$.

DERIVATA PRIMA:

$$f'(x)=0-1+1\cdot e^{-(x+1)}+x\cdot e^{-(x+1)}\cdot(-1)=-1+(1-x)e^{-(x+1)}=0$$

$$(1-x)e^{-(x+1)}=1 \Rightarrow e^{-(x+1)}=\frac{1}{1-x}.$$

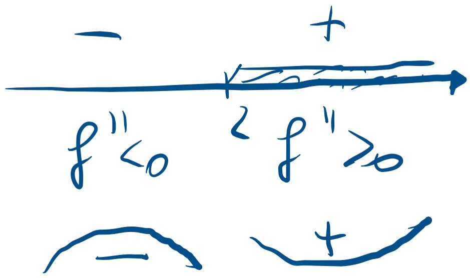


L'EQUAZIONE $e^{-(x+1)} = \dfrac{1}{1-x}$ HA 1 SOLUZIONE $x^* \in (0,1)$, CHE SARÀ IL MASSIMO DI $f(x)$; $P=(x^*, f(x^*))$

<u>DERIVATA SECONDA</u>: $f''(x) = \left(-1+(1-x)e^{-(x+1)}\right)' =$

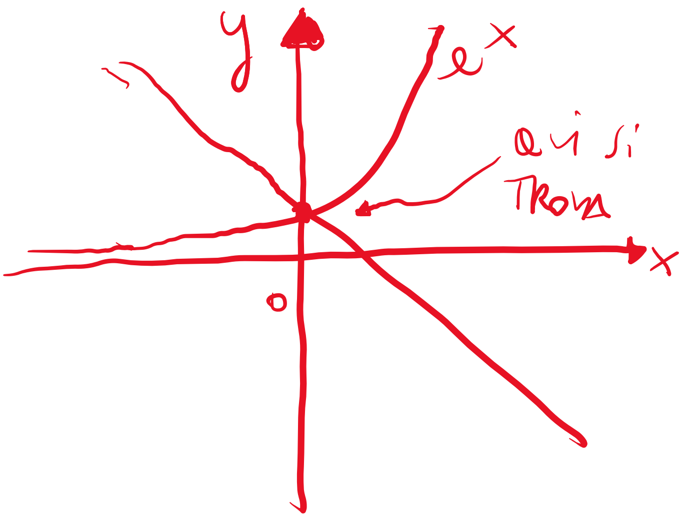
$$= 0 + (-1)\cdot e^{-(x+1)} + (1-x)\cdot(-1)\cdot e^{-(x+1)} = e^{-(x+1)} \cdot \underbrace{[-2+x]}_{=0} = 0$$

FLESSO IN $\tilde{x}=2$;



PUÒ CAPITARE A VOLTE UN'EQUAZIONE NON RISOLUBILE ESATTAMENTE, IN TAL CASO IL PUNTO VA APPROSSIMATO.

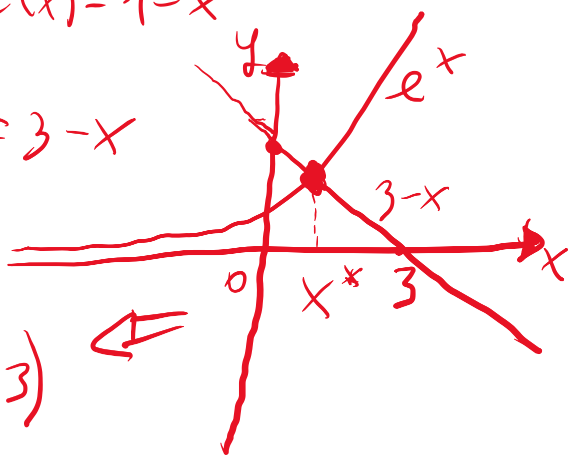
AD ESEMPIO, SUPPONIAMO DI AVERE $e^x = 1-x$.



$f(x)=e^x$

$g(x)=1-x$

$e^x = 3-x$



$x^* \in (0,3)$