# Derivate successive di una funzione

Dopo la derivata prima, possiamo continuare a derivare $f'(x)$ con le stesse regole di derivazione già conosciute, e derivando di nuovo, otteniamo la derivata seconda: $\underline{(f'(x))' = f''(x)}$.

Non sempre le funzioni sono sempre derivabili più volte, o potrebbero non esserlo nello stesso dominio.

<u>Esempio</u> $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$. $D(f) = [0, +\infty)$.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}. \quad D(f') = (0, +\infty).$$

$f(x)$ è continua in $[0, +\infty)$, ma derivabile solo in $(0, +\infty)$.

Possiamo definire degli insiemi di funzioni. Dato un dominio $D \subseteq \mathbb{R}$:

$C(D) = \{f(x)$ funzioni continue su $D\}$

$C^1(D) = \{f(x)$ funzioni continue e con $f'(x)$ continue su $D\}$

$C^2(D) = \{f(x)$ funzioni continue e con $f'(x)$ e $f''(x)$ continue su $D\}$

...

$C^\infty(D) = \{f(x)$ funzioni continue e infinitamente derivabili su $D\}$.

<u>Esempio</u> $f(x) = 7x^4 - 2x^3 + x^2 + 3x$; $f'(x) = 28x^3 - 6x^2 + 2x + 3$;

$$f''(x) = (f'(x))' = (28x^3 - 6x^2 + 2x + 3)' = 84x^2 - 12x + 2.$$

<u>Esempio</u> $f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x+2}$; $f'(x) = \dfrac{2x \cdot (x+2) - (x^2 - 3) \cdot 1}{(x+2)^2} = \dfrac{2x^2 + 4x - x^2 + 3}{(x+2)^2} =$

$$= \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2}; \quad f''(x) = \left(\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}\right)' = \frac{(2x+4)\cdot(x+2)^2 - (x^2+4x+3)\cdot 2\cdot(x+2)}{(x+2)^4} =$$

$$= \frac{(2x+4)\cdot(x+2)^2 - 2\cdot(x^2+4x+3)\cdot(x+2)}{(x+2)^4} = \frac{\cancel{(x+2)}\cdot[(2x+4)\cdot(x+2) - 2\cdot(x^2+4x+3)]}{(x+2)^{\cancel{4}\,3}} =$$

$$= \frac{\cancel{2x^2} + \cancel{4x} + \cancel{4x} + 8 - \cancel{2x^2} - \cancel{8x} - 6}{(x+2)^3} = \underline{\frac{2}{(x+2)^3}} = f''(x).$$

<u>Per casa</u>: Calcolare le derivate <u>prime</u> e <u>seconde</u> delle seguenti funzioni: 1) $f(x) = (x+1) \cdot e^{2x}$; 2) $f(x) = \ln(x^2+1) + x$;

3) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$; 4) $f(x) = \dfrac{e^x}{e^{2x} - 1}$.

4) $f'(x) = \dfrac{\phantom{x}}{(e^{2x} - 1)^2}$