

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 4}; \quad f'(x) = \frac{2x+3}{2\sqrt{x^2+3x-4}};$$

$$f''(x) = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2\sqrt{\dots} - \frac{(2x+3)^2}{2\sqrt{\dots}}}{x^2+3x-4} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\frac{2 \cdot (x^2+3x-4) - (4x^2+9+12x)}{2\sqrt{x^2+3x-4}}}{x^2+3x-4} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2x^2+6x-8-4x^2-9-12x}{2 \cdot (x^2+3x-4)^{\frac{3}{2}}} \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{-2x^2-6x-17}{(x^2+3x-4)^{\frac{3}{2}}}$$

NELLO STUDIO DI FUNZIONE, HA UN RUOLO IMPORTANTE, IN PARTICOLARE PER IL DISEGNO DEL GRAFICO, L'INFORMAZIONE RELATIVA A CONCAVITA' E CONVESSITA', E QUINDI LO STUDIO DELLA DERIVATA SECONDA  $f''(x)$ .

•  $f''(x) > 0$   CONVESSA

•  $f''(x) < 0$   CONCAVA

•  $f''(x^*) = 0$   $x^*$  E' UN PUNTO DI FLESSO

• UNA CURVA E' CONVESSA SE QUALSIASI SEGMENTO I CUI ESTREMI SONO PUNTI DELLA CURVA SI TROVA SOPRA ALLA CURVA.

• UNA CURVA E' CONCAVA SE VALE L'OPPOSTO.



ESEMPIO MOLTO SEMPLICE PRENDIAMO  $f(x) = \frac{1}{x-2}$

$$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{2\} = (-\infty, 2) \cup (2, +\infty).$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty.$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (x-2) - 1 \cdot 1}{(x-2)^2} = -\frac{1}{(x-2)^2} < 0$$

$$f''(x) = (-1) \cdot \frac{0 \cdot (x-2)^2 - 1 \cdot 2 \cdot (x-2)}{(x-2)^4} = 2 \cdot \frac{(x-2)}{(x-2)^4} = \frac{2}{(x-2)^3}$$

$$f''(x) > 0 \text{ se } (x-2)^3 > 0 \Rightarrow x > 2 \quad \begin{array}{c} f'' < 0 \quad \quad \quad f'' > 0 \\ \text{---} \quad \quad \quad \text{---} \end{array}$$

